

CUADERNILLO DE REPASO · MATEMÁTICAS

Repaso de Matemáticas



4.º de ESO · Para el verano y los repastos de evaluación

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\log_2 8 = 3$$

$$1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \rightarrow x = \pm 1, \pm 2$$

$$2x - 3 < 5 \rightarrow x < 4$$

15 fichas

92 ejercicios

Soluciones paso a paso

Este cuadernillo es de: _____

Curso: _____ Fecha en que lo empiezo: _____

Cómo usar este cuadernillo

Cuadernillo de repaso de Matemáticas de 4.º de ESO · Para el alumnado y las familias

Qué trae

Repasa el cálculo de 4.º de ESO, de Matemáticas A y de Matemáticas B: radicales (simplificar, sumar, multiplicar y racionalizar), porcentajes encadenados, logaritmos, regla de Ruffini y teorema del resto, factorización, ecuaciones de segundo grado y bicuadradas, inecuaciones, sistemas y desviación típica con datos agrupados. También es un buen repaso antes de empezar 1.º de Bachillerato. Va en cuatro bloques: «Números reales, porcentajes y logaritmos», «Polinomios», «Ecuaciones, inecuaciones y sistemas» y «Estadística», con 15 fichas y 92 ejercicios. Dentro de cada bloque, las fichas van de la más sencilla a la más larga.

La trigonometría, las ecuaciones de la recta y las funciones de Matemáticas B no están en este cuadernillo: Aulapedia todavía no tiene fichas de esos temas para la ESO.

Cómo usarlo en 4.º de ESO

Si el curso fue de Matemáticas A, salta la ficha de inecuaciones de segundo grado, que es de Matemáticas B, y dedica más tiempo a porcentajes, ecuaciones y sistemas. Si después viene el Bachillerato de Ciencias y Tecnología, las prioridades cambian: factorización, radicales y logaritmos, que reaparecen en los límites, las derivadas y las integrales. Corrige cada ficha completa con el solucionario y repite con una ficha nueva del tema las que salgan con más de dos errores.

Cómo corregir

Cada solución recuerda su ejercicio (los problemas largos, por el principio) y lleva los pasos, no solo el resultado. Al corregir, compara paso a paso: si el resultado no coincide, busca el primer paso distinto, que es donde está el error, y rehaz desde ahí. Un error de signo o de unidades no es lo mismo que no saber el método: anótalo al lado para repasarlo.

Para imprimir

Cada ficha empieza en una página nueva, así que puedes imprimir el cuadernillo entero o solo las páginas que necesites: el índice dice dónde empieza cada una y los números coinciden con los del visor de PDF. Está pensado para fotocopiar en blanco y negro.

Puedes imprimirlo y fotocopiarlo para tu clase, tu centro o tu casa. Si quieres compartirlo, comparte el enlace de la página y no el archivo: así llega siempre la versión corregida.



Índice

Cuadernillo de repaso de Matemáticas de 4.º de ESO

	Página	Solución
● Cómo usar este cuadernillo	2	
● Números reales, porcentajes y logaritmos	4	
1 Radicales: simplificar	4	25
2 Radicales: sumar y restar	5	27
3 Radicales: multiplicar y dividir	6	29
4 Racionalizar	7	30
5 Aumentos y descuentos	8	31
6 Logaritmos por la definición	9	32
7 Propiedades de los logaritmos	10	33
● Polinomios	11	
8 Ruffini y teorema del resto	11	34
9 Factorización de polinomios	12	36
● Ecuaciones, inecuaciones y sistemas	14	
10 Ecuaciones de segundo grado	14	40
11 Ecuaciones bicuadradas	17	42
12 Inecuaciones de primer grado	19	43
13 Inecuaciones de segundo grado	20	45
14 Sistemas: resolver y clasificar	21	47
● Estadística	22	
15 Desviación típica con intervalos	22	49
● Solucionario	24	



Radicales: simplificar

1 Simplifica cada radical extrayendo todos los factores que se pueda.

1 $\sqrt{20}$

2 $\sqrt{125}$

3 $\sqrt{150}$

4 $\sqrt{24}$

5 $\sqrt{175}$

6 $\sqrt{75}$

7 $\sqrt{216}$

8 $\sqrt{48}$



Radicales: sumar y restar

1 Simplifica los radicales y suma los que sean semejantes.

1 $2\sqrt{3} + 4\sqrt{75} + \sqrt{12}$

2 $3\sqrt{45} - 3\sqrt{45} - 2\sqrt{45}$

3 $\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{8}$

4 $2\sqrt{18} - 2\sqrt{32} + \sqrt{8}$

5 $\sqrt{48} + 2\sqrt{48} - 2\sqrt{75}$

6 $\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{5}$

7 $\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{75}$

8 $2\sqrt{80} + 2\sqrt{20} + 4\sqrt{125}$



● Radicales: multiplicar y dividir

1 Opera y simplifica el resultado.

1 Divide y simplifica.

$$12\sqrt{36} : 2\sqrt{3}$$

2 Divide y simplifica.

$$10\sqrt{36} : 2\sqrt{3}$$

3 Multiplica y simplifica.

$$4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6}$$

4 Multiplica y simplifica.

$$2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{6}$$

5 Multiplica y simplifica.

$$4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6}$$

6 Multiplica y simplifica.

$$3\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{6}$$

7 Divide y simplifica.

$$4\sqrt{225} : 2\sqrt{5}$$

8 Divide y simplifica.

$$12\sqrt{100} : 2\sqrt{5}$$



Racionalizar

1 Racionaliza: deja el denominador sin raíces.

1 $\frac{4}{\sqrt[3]{4}}$

2 $\frac{7}{3\sqrt{5}}$

3 $\frac{4}{2\sqrt{3}}$

4 $\frac{6}{4\sqrt{2}}$

5 $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

6 $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$



Aumentos y descuentos

1 Resuelve el problema de aumentos y descuentos.

- 1 Un balón costaba 10 €. Primero su precio bajó un 16 % y, un mes después, subió un 25 %. ¿Cuál es el precio final?

- 2 Una mochila costaba 30 €. Primero su precio bajó un 35 % y, un mes después, subió un 20 %. ¿Cuál es el precio final?

- 3 Una calculadora científica costaba 20 €. Primero su precio bajó un 45 % y, un mes después, subió un 20 %. ¿Cuál es el precio final?

- 4 Unos auriculares costaban 40 €. Primero su precio subió un 35 % y, un mes después, bajó un 25 %. ¿Cuál es el precio final?

- 5 Una camiseta costaba 15 €. Primero su precio bajó un 45 % y, un mes después, subió un 20 %. ¿Cuál es el precio final?

- 6 Unas zapatillas costaban 60 €. Primero su precio bajó un 40 % y, un mes después, subió un 25 %. ¿Cuál es el precio final?



● Logaritmos por la definición

1 Calcula aplicando la definición de logaritmo.

1 Calcula.

$$\log_2\left(\frac{1}{4}\right)$$

2 Calcula.

$$\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$$

3 Calcula.

$$\log\left(\frac{1}{100}\right)$$

4 Halla x.

$$\log_3 x = 2$$

5 Halla x.

$$\log_2 x = 2$$

6 Calcula.

$$\log_{\frac{1}{2}} 8$$

7 Calcula.

$$\log\left(\frac{1}{10}\right)$$

8 Calcula.

$$\log_{\frac{1}{2}} 16$$



Propiedades de los logaritmos

 Aplica las propiedades de los logaritmos y calcula.

 $2 \log 2 + \log 25$

 $2 \log_6 2 + \log_6 54$

 $\log 500 - \log 5$

 $\log 200 + \log 5$

 $\log_3 27 + \log_3 3$

 $\log_6 1728 - \log_6 8$

 $\log 250 + \log 4$

 $\log 125 + \log 8$



Ruffini y teorema del resto

1 Resuelve con la regla de Ruffini o con el teorema del resto.

1 Divide por Ruffini.

$$(2x^4 - x^3 - 4x + 4) : (x + 3)$$

--	--	--	--	--

Cociente: _____ Resto: _____

2 Divide por Ruffini.

$$(2x^4 + 5x^3 + 6) : (x - 1)$$

--	--	--	--	--

Cociente: _____ Resto: _____

3 Divide por Ruffini.

$$(x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 5) : (x - 3)$$

--	--	--	--	--

Cociente: _____ Resto: _____

4 Calcula el resto sin dividir.

$$(2x^3 + 4x^2 - 3x - 5) : (x - 2)$$



Factorización de polinomios

 Factoriza el polinomio y escribe sus raíces.

 $P(x) = 2x^3 - 10x^2 + 14x - 6$

 $P(x) = x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 45x - 36$



Factorización de polinomios

3 $P(x) = x^4 - 6x^3 - 7x^2 + 96x - 144$

4 $P(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 10x + 8$



Ecuaciones de segundo grado

 Resuelve las ecuaciones de segundo grado.

 $3x^2 + 5 = x^2 + 7$

 $(x + 3)(x - 3) = 7$

 $x(x - 1) = -4x$



Ecuaciones de segundo grado

4 $x(x - 7) = -12$

5 $(2x - 5)(x - 4) = -5$



Ecuaciones de segundo grado

6 $(x - 5)^2 = -13x + 43$

7 $3x(4x - 5) = 0$

8 $(3x - 1)^2 = 0$



Ecuaciones bicuadradas

1 Resuelve las ecuaciones bicuadradas con el cambio $x^2 = t$. No olvides deshacer el cambio.

1 $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

2 $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$



Ecuaciones bicuadradas

3 $x^4 + x^2 - 20 = 0$

4 $x^4 - 41x^2 + 400 = 0$



Inecuaciones de primer grado

1 Resuelve las inecuaciones y escribe la solución como intervalo.

1 $-3 + 5x > 6x$

← _____ →

2 $-6 - 3x < 2x + 29$

← _____ →

3 $7 - x \leq 6x - 7$

← _____ →

4 $-11 - 2x > 2x - 27$

← _____ →

5 $4 - 5x \leq x + 10$

← _____ →

6 $-7 - 2x > 3x - 17$

← _____ →

7 $11 + 4x \geq 5x + 5$

← _____ →

8 $-6 + 3x > 4x - 13$

← _____ →



Inecuaciones de segundo grado

1 Resuelve las inecuaciones: busca las raíces, estudia el signo en cada intervalo y escribe la solución.

1 $x^2 + 5x + 6 > 0$

←————→

2 $x^2 + x - 6 \geq 0$

←————→

3 $x^2 - 7x + 6 \leq 0$

←————→

4 $x^2 - 5x + 4 > 0$

←————→

5 $x^2 - 8x + 15 < 0$

←————→

6 $x^2 - 6x \geq 0$

←————→



Sistemas: resolver y clasificar

1 Resuelve y clasifica cada sistema: compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

1
$$\begin{cases} 2x + 4y = 30 \\ 7x + 2y = 33 \end{cases}$$

2
$$\begin{cases} 4x + 4y = -8 \\ 8x + 8y = -16 \end{cases}$$

3
$$\begin{cases} -4x + 5y = 41 \\ 8x - 10y = -77 \end{cases}$$

4
$$\begin{cases} -6x - 5y = 12 \\ 6x + 2y = 6 \end{cases}$$



Avanzado: datos agrupados en intervalos · Datos inventados para practicar.

- 

Estatura, en centímetros, de 25 estudiantes de secundaria.

Intervalo	ci	fi
[145, 150)		4
[150, 155)		5
[155, 160)		8
[160, 165)		5
[165, 170)		3

Avanzado: datos agrupados en intervalos · Datos inventados para practicar.



Peso, en kilogramos, de 25 mochilas pesadas a la entrada.

Intervalo	ci	fi
[2, 3)		3
[3, 4)		3
[4, 5)		5
[5, 6)		8
[6, 7)		6



Solucionario

Cuadernillo de repaso de Matemáticas de 4.º de ESO

Desde aquí hasta el final están las respuestas de todas las fichas, en el mismo orden en que aparecen en el cuadernillo. En el índice, la columna «Solución» dice en qué página está la de cada una.

Si vas a entregar el cuadernillo al alumnado, imprime solo de la página 1 a la 23: estas hojas son para quien corrige.

Cada solución trae los pasos, no solo el resultado. Si se llega al mismo resultado por otro camino correcto, también vale: lo que cuenta es el razonamiento.



● Radicales: simplificar · Soluciones

① $\sqrt{20}$

Descomponemos el radicando en factores primos:

$$20 = 2^2 \cdot 5.$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5}$$

Extraemos factores: dividimos cada exponente entre el índice (2); el cociente es el exponente del factor que sale y el resto, el del que se queda dentro.

$$\sqrt{2^2 \cdot 5} = 2 \cdot \sqrt{5}$$

Solución: $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

② $\sqrt{125}$

Descomponemos el radicando en factores primos:

$$125 = 5^3.$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{5^3}$$

Extraemos factores: dividimos cada exponente entre el índice (2); el cociente es el exponente del factor que sale y el resto, el del que se queda dentro.

$$\sqrt{5^3} = 5 \cdot \sqrt{5}$$

Solución: $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

③ $\sqrt{150}$

Descomponemos el radicando en factores primos:

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2.$$

$$\sqrt{150} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5^2}$$

Extraemos factores: dividimos cada exponente entre el índice (2); el cociente es el exponente del factor que sale y el resto, el del que se queda dentro.

$$\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5^2} = 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3}$$

Solución: $\sqrt{150} = 5\sqrt{6}$

④ $\sqrt{24}$

Descomponemos el radicando en factores primos:

$$24 = 2^3 \cdot 3.$$

$$\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \cdot 3}$$

Extraemos factores: dividimos cada exponente entre el índice (2); el cociente es el exponente del factor que sale y el resto, el del que se queda dentro.

$$\sqrt{2^3 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3}$$

Solución: $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{175}$

Descomponemos el radicando en factores primos:

$$175 = 5^2 \cdot 7.$$

$$\sqrt{175} = \sqrt{5^2 \cdot 7}$$

Extraemos factores: dividimos cada exponente entre el índice (2); el cociente es el exponente del factor que sale y el resto, el del que se queda dentro.

$$\sqrt{5^2 \cdot 7} = 5 \cdot \sqrt{7}$$

Solución: $\sqrt{175} = 5\sqrt{7}$

⑥ $\sqrt{75}$

Descomponemos el radicando en factores primos:

$$75 = 3 \cdot 5^2.$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 5^2}$$

Extraemos factores: dividimos cada exponente entre el índice (2); el cociente es el exponente del factor que sale y el resto, el del que se queda dentro.

$$\sqrt{3 \cdot 5^2} = 5 \cdot \sqrt{3}$$

Solución: $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

⑦ $\sqrt{216}$

Descomponemos el radicando en factores primos:

$$216 = 2^3 \cdot 3^3.$$

$$\sqrt{216} = \sqrt{2^3 \cdot 3^3}$$

Extraemos factores: dividimos cada exponente entre el índice (2); el cociente es el exponente del factor que sale y el resto, el del que se queda dentro.

$$\sqrt{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3}$$

Solución: $\sqrt{216} = 6\sqrt{6}$





Radicales: simplificar · Soluciones

8 $\sqrt{48}$

Descomponemos el radicando en factores primos:

$$48 = 2^4 \cdot 3.$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{2^4 \cdot 3}$$

Extraemos factores: dividimos cada exponente entre el índice (2); el cociente es el exponente del factor que sale y el resto, el del que se queda dentro.

$$\sqrt{2^4 \cdot 3} = 2^2 \cdot \sqrt{3}$$

Solución: $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$



● Radicales: sumar y restar · Soluciones

① $2\sqrt{3} + 4\sqrt{75} + \sqrt{12}$

Simplificamos cada radical extrayendo factores

$$(4\sqrt{75} = 20\sqrt{3}; \sqrt{12} = 2\sqrt{3}).$$

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{75} + \sqrt{12} = 2\sqrt{3} + 20\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

Sumamos los radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando): se suman sus coeficientes y la raíz se queda igual.

$$2\sqrt{3} + 20\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (2 + 20 + 2)\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

Solución: $2\sqrt{3} + 4\sqrt{75} + \sqrt{12} = 24\sqrt{3}$

② $3\sqrt{45} - 3\sqrt{45} - 2\sqrt{45}$

Simplificamos cada radical extrayendo factores

$$(3\sqrt{45} = 9\sqrt{5}; 3\sqrt{45} = 9\sqrt{5}; 2\sqrt{45} = 6\sqrt{5}).$$

$$3\sqrt{45} - 3\sqrt{45} - 2\sqrt{45} = 9\sqrt{5} - 9\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$$

Sumamos los radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando): se suman sus coeficientes y la raíz se queda igual.

$$9\sqrt{5} - 9\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = (9 - 9 - 6)\sqrt{5} = -6\sqrt{5}$$

Solución: $3\sqrt{45} - 3\sqrt{45} - 2\sqrt{45} = -6\sqrt{5}$

③ $\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{8}$

Simplificamos cada radical extrayendo factores

$$(\sqrt{18} = 3\sqrt{2}; 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}; 3\sqrt{8} = 6\sqrt{2}).$$

$$\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$$

Sumamos los radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando): se suman sus coeficientes y la raíz se queda igual.

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = (3 + 4 - 6)\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Solución: $\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{8} = \sqrt{2}$

④ $2\sqrt{18} - 2\sqrt{32} + \sqrt{8}$

Simplificamos cada radical extrayendo factores

$$(2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}; 2\sqrt{32} = 8\sqrt{2}; \sqrt{8} = 2\sqrt{2}).$$

$$2\sqrt{18} - 2\sqrt{32} + \sqrt{8} = 6\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

Sumamos los radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando): se suman sus coeficientes y la raíz se queda igual.

$$6\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (6 - 8 + 2)\sqrt{2} = 0$$

Solución: $2\sqrt{18} - 2\sqrt{32} + \sqrt{8} = 0$

⑤ $\sqrt{48} + 2\sqrt{48} - 2\sqrt{75}$

Simplificamos cada radical extrayendo factores

$$(\sqrt{48} = 4\sqrt{3}; 2\sqrt{48} = 8\sqrt{3}; 2\sqrt{75} = 10\sqrt{3}).$$

$$\sqrt{48} + 2\sqrt{48} - 2\sqrt{75} = 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$$

Sumamos los radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando): se suman sus coeficientes y la raíz se queda igual.

$$4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = (4 + 8 - 10)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Solución: $\sqrt{48} + 2\sqrt{48} - 2\sqrt{75} = 2\sqrt{3}$

⑥ $\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{5}$

Simplificamos cada radical extrayendo factores

$$(2\sqrt{45} = 6\sqrt{5}).$$

$$\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{5} = \sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$$

Sumamos los radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando): se suman sus coeficientes y la raíz se queda igual.

$$\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = (1 - 6 + 2)\sqrt{5} = -3\sqrt{5}$$

Solución: $\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{5} = -3\sqrt{5}$

⑦ $\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{75}$

Simplificamos cada radical extrayendo factores

$$(2\sqrt{75} = 10\sqrt{3}).$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{75} = \sqrt{3} + \sqrt{3} - 10\sqrt{3}$$

Sumamos los radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando): se suman sus coeficientes y la raíz se queda igual.

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} - 10\sqrt{3} = (1 + 1 - 10)\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$$

Solución: $\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{75} = -8\sqrt{3}$



Radicales: sumar y restar · Soluciones

8 $2\sqrt{80} + 2\sqrt{20} + 4\sqrt{125}$

Simplificamos cada radical extrayendo factores

$$(2\sqrt{80} = 8\sqrt{5}; 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}; 4\sqrt{125} = 20\sqrt{5}).$$

$$2\sqrt{80} + 2\sqrt{20} + 4\sqrt{125} = 8\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 20\sqrt{5}$$

Sumamos los radicales semejantes (mismo índice y mismo radicando): se suman sus coeficientes y la raíz se queda igual.

$$8\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 20\sqrt{5} = (8 + 4 + 20)\sqrt{5} = 32\sqrt{5}$$

Solución: $2\sqrt{80} + 2\sqrt{20} + 4\sqrt{125} = 32\sqrt{5}$



● Radicales: multiplicar y dividir · Soluciones

① $12\sqrt{36} : 2\sqrt{3}$

Con el mismo índice, dividimos los coeficientes entre sí y los radicandos entre sí.

$$12\sqrt{36} : 2\sqrt{3} = 6\sqrt{\frac{36}{3}} = 6\sqrt{12}$$

Simplificamos el resultado.

$$6\sqrt{12} = 12\sqrt{3}$$

Solución: $12\sqrt{36} : 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

② $10\sqrt{36} : 2\sqrt{3}$

Con el mismo índice, dividimos los coeficientes entre sí y los radicandos entre sí.

$$10\sqrt{36} : 2\sqrt{3} = 5\sqrt{\frac{36}{3}} = 5\sqrt{12}$$

Simplificamos el resultado.

$$5\sqrt{12} = 10\sqrt{3}$$

Solución: $10\sqrt{36} : 2\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

③ $4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6}$

Con el mismo índice, multiplicamos los coeficientes entre sí y los radicandos entre sí.

$$4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6} = 12\sqrt{3 \cdot 6} = 12\sqrt{18}$$

Simplificamos el resultado.

$$12\sqrt{18} = 36\sqrt{2}$$

Solución: $4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6} = 36\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{6}$

Con el mismo índice, multiplicamos los coeficientes entre sí y los radicandos entre sí.

$$2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{6} = 6\sqrt{2 \cdot 6} = 6\sqrt{12}$$

Simplificamos el resultado.

$$6\sqrt{12} = 12\sqrt{3}$$

Solución: $2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{6} = 12\sqrt{3}$

⑤ $4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6}$

Con el mismo índice, multiplicamos los coeficientes entre sí y los radicandos entre sí.

$$4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{2 \cdot 6} = 8\sqrt{12}$$

Simplificamos el resultado.

$$8\sqrt{12} = 16\sqrt{3}$$

Solución: $4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} = 16\sqrt{3}$

⑥ $3\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{6}$

Con el mismo índice, multiplicamos los coeficientes entre sí y los radicandos entre sí.

$$3\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{6} = 9\sqrt{6 \cdot 6} = 9\sqrt{36}$$

Simplificamos el resultado.

$$9\sqrt{36} = 54$$

Solución: $3\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{6} = 54$

⑦ $4\sqrt{225} : 2\sqrt{5}$

Con el mismo índice, dividimos los coeficientes entre sí y los radicandos entre sí.

$$4\sqrt{225} : 2\sqrt{5} = 2\sqrt{\frac{225}{5}} = 2\sqrt{45}$$

Simplificamos el resultado.

$$2\sqrt{45} = 6\sqrt{5}$$

Solución: $4\sqrt{225} : 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

⑧ $12\sqrt{100} : 2\sqrt{5}$

Con el mismo índice, dividimos los coeficientes entre sí y los radicandos entre sí.

$$12\sqrt{100} : 2\sqrt{5} = 6\sqrt{\frac{100}{5}} = 6\sqrt{20}$$

Simplificamos el resultado.

$$6\sqrt{20} = 12\sqrt{5}$$

Solución: $12\sqrt{100} : 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$



Racionalizar · Soluciones

1 $\frac{4}{\sqrt[3]{4}}$

Multiplicamos el numerador y el denominador por la raíz que completa los exponentes hasta el índice 3:

$\sqrt[3]{2}$. Así el denominador queda $\sqrt[3]{2^3} = 2$.

$$\frac{4}{\sqrt[3]{4}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{4\sqrt[3]{2}}{2}$$

Simplificamos.

$$\frac{4\sqrt[3]{2}}{2} = 2\sqrt[3]{2}$$

Solución: $\frac{4}{\sqrt[3]{4}} = 2\sqrt[3]{2}$

2 $\frac{7}{3\sqrt{5}}$

Multiplicamos el numerador y el denominador por $\sqrt{5}$:
en el denominador queda $3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 5 = 15$.

$$\frac{7}{3\sqrt{5}} = \frac{7 \cdot \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{15}$$

Solución: $\frac{7}{3\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{15}$

3 $\frac{4}{2\sqrt{3}}$

Multiplicamos el numerador y el denominador por $\sqrt{3}$:
en el denominador queda $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 3 = 6$.

$$\frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{6}$$

Simplificamos.

$$\frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Solución: $\frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

4 $\frac{6}{4\sqrt{2}}$

Multiplicamos el numerador y el denominador por $\sqrt{2}$:
en el denominador queda $4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot 2 = 8$.

$$\frac{6}{4\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{8}$$

Simplificamos.

$$\frac{6\sqrt{2}}{8} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

Solución: $\frac{6}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

5 $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

Multiplicamos el numerador y el denominador por $\sqrt{2}$:
en el denominador queda $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 2 = 6$.

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6}$$

Simplificamos.

$$\frac{2\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Solución: $\frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

6 $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$

Multiplicamos el numerador y el denominador por la raíz que completa los exponentes hasta el índice 3:
 $\sqrt[3]{5^2}$. Así el denominador queda $\sqrt[3]{5^3} = 5$.

$$\frac{5}{\sqrt[3]{5}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{5\sqrt[3]{25}}{5}$$

Simplificamos.

$$\frac{5\sqrt[3]{25}}{5} = \sqrt[3]{25}$$

Solución: $\frac{5}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{25}$



Aumentos y descuentos · Soluciones

- ① Un balón costaba 10 €. Primero su precio...

Bajar un 16 % es multiplicar por 0,84, y subir un 25 %, por 1,25.

Los aplicamos uno detrás de otro (los porcentajes no se suman ni se restan):

$$10 \cdot 0,84 \cdot 1,25 = 10,5$$

Solución: 10,50 €

- ② Una mochila costaba 30 €. Primero su precio...

Bajar un 35 % es multiplicar por 0,65, y subir un 20 %, por 1,2.

Los aplicamos uno detrás de otro (los porcentajes no se suman ni se restan):

$$30 \cdot 0,65 \cdot 1,2 = 23,4$$

Solución: 23,40 €

- ③ Una calculadora científica costaba 20 €...

Bajar un 45 % es multiplicar por 0,55, y subir un 20 %, por 1,2.

Los aplicamos uno detrás de otro (los porcentajes no se suman ni se restan):

$$20 \cdot 0,55 \cdot 1,2 = 13,2$$

Solución: 13,20 €

- ④ Unos auriculares costaban 40 €. Primero su...

Subir un 35 % es multiplicar por 1,35, y bajar un 25 %, por 0,75.

Los aplicamos uno detrás de otro (los porcentajes no se suman ni se restan):

$$40 \cdot 1,35 \cdot 0,75 = 40,5$$

Solución: 40,50 €

- ⑤ Una camiseta costaba 15 €. Primero su...

Bajar un 45 % es multiplicar por 0,55, y subir un 20 %, por 1,2.

Los aplicamos uno detrás de otro (los porcentajes no se suman ni se restan):

$$15 \cdot 0,55 \cdot 1,2 = 9,9$$

Solución: 9,90 €

- ⑥ Unas zapatillas costaban 60 €. Primero su...

Bajar un 40 % es multiplicar por 0,6, y subir un 25 %, por 1,25.

Los aplicamos uno detrás de otro (los porcentajes no se suman ni se restan):

$$60 \cdot 0,6 \cdot 1,25 = 45$$

Solución: 45 €



● Logaritmos por la definición · Soluciones

① $\log_2\left(\frac{1}{4}\right)$

Por la definición, $\log_2(1/4)$ es el exponente al que hay que elevar 2 para obtener $1/4$.

$$\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = y \Leftrightarrow 2^y = \frac{1}{4}$$

Como $2^{-2} = 1/4$ (exponente negativo: el inverso de 2^2), $y = -2$.

$$\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = -2$$

Solución: $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = -2$

② $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$

Por la definición, $\log_3(1/9)$ es el exponente al que hay que elevar 3 para obtener $1/9$.

$$\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = y \Leftrightarrow 3^y = \frac{1}{9}$$

Como $3^{-2} = 1/9$ (exponente negativo: el inverso de 3^2), $y = -2$.

$$\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = -2$$

Solución: $\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = -2$

③ $\log\left(\frac{1}{100}\right)$

Por la definición, $\log(1/100)$ es el exponente al que hay que elevar 10 para obtener $1/100$.

$$\log\left(\frac{1}{100}\right) = y \Leftrightarrow 10^y = \frac{1}{100}$$

Como $10^{-2} = 1/100$ (exponente negativo: el inverso de 10^2), $y = -2$.

$$\log\left(\frac{1}{100}\right) = -2$$

Solución: $\log\left(\frac{1}{100}\right) = -2$

④ $\log_3 x = 2$

Por la definición, x es la base elevada al resultado.

$$\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 = 9$$

Solución: $x = 9$

⑤ $\log_2 x = 2$

Por la definición, x es la base elevada al resultado.

$$\log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 2^2 = 4$$

Solución: $x = 4$

⑥ $\log_{\frac{1}{2}} 8$

Por la definición, $\log_{(1/2)} 8$ es el exponente al que hay que elevar $1/2$ para obtener 8.

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 = y \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = 8$$

Como $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$ (exponente negativo: el inverso de $\left(\frac{1}{2}\right)^3$), $y = -3$.

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$$

Solución: $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$

⑦ $\log\left(\frac{1}{10}\right)$

Por la definición, $\log(1/10)$ es el exponente al que hay que elevar 10 para obtener $1/10$.

$$\log\left(\frac{1}{10}\right) = y \Leftrightarrow 10^y = \frac{1}{10}$$

Como $10^{-1} = 1/10$ (exponente negativo: el inverso de 10^1), $y = -1$.

$$\log\left(\frac{1}{10}\right) = -1$$

Solución: $\log\left(\frac{1}{10}\right) = -1$

⑧ $\log_{\frac{1}{2}} 16$

Por la definición, $\log_{(1/2)} 16$ es el exponente al que hay que elevar $1/2$ para obtener 16.

$$\log_{\frac{1}{2}} 16 = y \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = 16$$

Como $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$ (exponente negativo: el inverso de $\left(\frac{1}{2}\right)^4$), $y = -4$.

$$\log_{\frac{1}{2}} 16 = -4$$

Solución: $\log_{\frac{1}{2}} 16 = -4$



● Propiedades de los logaritmos · Soluciones

① $2 \log 2 + \log 25$

El logaritmo de una potencia es el exponente por el logaritmo de la base. Al revés, el número que multiplica pasa a ser el exponente.

$$2 \log 2 + \log 25 = \log 2^2 + \log 25$$

La suma de logaritmos de la misma base es el logaritmo del producto.

$$\log 2^2 + \log 25 = \log(4 \cdot 25) = \log 100$$

Calculamos el logaritmo ($10^2 = 100$).

$$\log 100 = 2$$

Solución: $2 \log 2 + \log 25 = 2$

② $2 \log_6 2 + \log_6 54$

El logaritmo de una potencia es el exponente por el logaritmo de la base. Al revés, el número que multiplica pasa a ser el exponente.

$$2 \log_6 2 + \log_6 54 = \log_6 2^2 + \log_6 54$$

La suma de logaritmos de la misma base es el logaritmo del producto.

$$\log_6 2^2 + \log_6 54 = \log_6(4 \cdot 54) = \log_6 216$$

Calculamos el logaritmo ($6^3 = 216$).

$$\log_6 216 = 3$$

Solución: $2 \log_6 2 + \log_6 54 = 3$

③ $\log 500 - \log 5$

La resta de logaritmos de la misma base es el logaritmo del cociente.

$$\log 500 - \log 5 = \log\left(\frac{500}{5}\right) = \log 100$$

Calculamos el logaritmo ($10^2 = 100$).

$$\log 100 = 2$$

Solución: $\log 500 - \log 5 = 2$

④ $\log 200 + \log 5$

La suma de logaritmos de la misma base es el logaritmo del producto.

$$\log 200 + \log 5 = \log(200 \cdot 5) = \log 1000$$

Calculamos el logaritmo ($10^3 = 1000$).

$$\log 1000 = 3$$

Solución: $\log 200 + \log 5 = 3$

⑤ $\log_3 27 + \log_3 3$

La suma de logaritmos de la misma base es el logaritmo del producto.

$$\log_3 27 + \log_3 3 = \log_3(27 \cdot 3) = \log_3 81$$

Calculamos el logaritmo ($3^4 = 81$).

$$\log_3 81 = 4$$

Solución: $\log_3 27 + \log_3 3 = 4$

⑥ $\log_6 1728 - \log_6 8$

La resta de logaritmos de la misma base es el logaritmo del cociente.

$$\log_6 1728 - \log_6 8 = \log_6\left(\frac{1728}{8}\right) = \log_6 216$$

Calculamos el logaritmo ($6^3 = 216$).

$$\log_6 216 = 3$$

Solución: $\log_6 1728 - \log_6 8 = 3$

⑦ $\log 250 + \log 4$

La suma de logaritmos de la misma base es el logaritmo del producto.

$$\log 250 + \log 4 = \log(250 \cdot 4) = \log 1000$$

Calculamos el logaritmo ($10^3 = 1000$).

$$\log 1000 = 3$$

Solución: $\log 250 + \log 4 = 3$

⑧ $\log 125 + \log 8$

La suma de logaritmos de la misma base es el logaritmo del producto.

$$\log 125 + \log 8 = \log(125 \cdot 8) = \log 1000$$

Calculamos el logaritmo ($10^3 = 1000$).

$$\log 1000 = 3$$

Solución: $\log 125 + \log 8 = 3$



Ruffini y teorema del resto · Soluciones

① $(2x^4 - x^3 - 4x + 4) : (x + 3)$

Escribimos los coeficientes del dividendo de mayor a menor grado, con un 0 en el lugar de cada término que falta.

2 -1 0 -4 4

A la izquierda ponemos el número que anula el divisor: si dividimos entre $x + 3$, ese número es -3 .

Bajamos el primer coeficiente: 2.

Multiplicamos $-3 \cdot 2$, lo escribimos debajo del siguiente coeficiente y sumamos la columna.

$$-3 \cdot 2 = -6; \quad -1 + (-6) = -7$$

$$-3 \cdot (-7) = 21; \quad 0 + 21 = 21$$

$$-3 \cdot 21 = -63; \quad -4 + (-63) = -67$$

Última columna (es el resto):

$$-3 \cdot (-67) = 201; \quad 4 + 201 = 205$$

Tabla completa:

	2	-1	0	-4	4
-3		-6	21	-63	201
	2	-7	21	-67	205

El último número es el resto. Los demás son los coeficientes del cociente, que tiene un grado menos que el dividendo.

$$C(x) = 2x^3 - 7x^2 + 21x - 67; \quad R = 205$$

Comprobación con el teorema del resto: el resto de dividir entre $x + 3$ es el valor del polinomio en $x = -3$.

$$\begin{aligned} P(-3) &= 2 \cdot (-3)^4 - (-3)^3 - 4 \cdot (-3) + 4 \\ &= 162 + 27 + 12 + 4 = 205 \end{aligned}$$

Solución: $C(x) = 2x^3 - 7x^2 + 21x - 67$
R = 205

② $(2x^4 + 5x^3 + 6) : (x - 1)$

Escribimos los coeficientes del dividendo de mayor a menor grado, con un 0 en el lugar de cada término que falta.

2 5 0 0 6

A la izquierda ponemos el número que anula el divisor: si dividimos entre $x - 1$, ese número es 1.

Bajamos el primer coeficiente: 2.

Multiplicamos $1 \cdot 2$, lo escribimos debajo del siguiente coeficiente y sumamos la columna.

$$1 \cdot 2 = 2; \quad 5 + 2 = 7$$

$$1 \cdot 7 = 7; \quad 0 + 7 = 7$$

$$1 \cdot 7 = 7; \quad 0 + 7 = 7$$

Última columna (es el resto):

$$1 \cdot 7 = 7; \quad 6 + 7 = 13$$

Tabla completa:

	2	5	0	0	6
1		2	7	7	7
	2	7	7	7	13

El último número es el resto. Los demás son los coeficientes del cociente, que tiene un grado menos que el dividendo.

$$C(x) = 2x^3 + 7x^2 + 7x + 7; \quad R = 13$$

Comprobación con el teorema del resto: el resto de dividir entre $x - 1$ es el valor del polinomio en $x = 1$.

$$P(1) = 2 \cdot 1^4 + 5 \cdot 1^3 + 6 = 2 + 5 + 6 = 13$$

Solución: $C(x) = 2x^3 + 7x^2 + 7x + 7; \quad R = 13$

③ $(x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 5) : (x - 3)$

Escribimos los coeficientes del dividendo de mayor a menor grado, con un 0 en el lugar de cada término que falta.

1 6 4 0 -5

A la izquierda ponemos el número que anula el divisor: si dividimos entre $x - 3$, ese número es 3.

Bajamos el primer coeficiente: 1.

Multiplicamos $3 \cdot 1$, lo escribimos debajo del siguiente coeficiente y sumamos la columna.

$$3 \cdot 1 = 3; \quad 6 + 3 = 9$$

$$3 \cdot 9 = 27; \quad 4 + 27 = 31$$

$$3 \cdot 31 = 93; \quad 0 + 93 = 93$$



Ruffini y teorema del resto · Soluciones

Última columna (es el resto):

$$3 \cdot 93 = 279; \quad -5 + 279 = 274$$

Tabla completa:

	1	6	4	0	-5
3		3	27	93	279
	1	9	31	93	274

El último número es el resto. Los demás son los coeficientes del cociente, que tiene un grado menos que el dividendo.

$$C(x) = x^3 + 9x^2 + 31x + 93; \quad R = 274$$

Comprobación con el teorema del resto: el resto de dividir entre $x - 3$ es el valor del polinomio en $x = 3$.

$$\begin{aligned} P(3) &= 3^4 + 6 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^2 - 5 \\ &= 81 + 162 + 36 - 5 = 274 \end{aligned}$$

Solución: $C(x) = x^3 + 9x^2 + 31x + 93$
R = 274

4 $(2x^3 + 4x^2 - 3x - 5) : (x - 2)$

Por el teorema del resto, el resto de dividir $P(x)$ entre $x - 2$ es el valor numérico $P(2)$.

Sustituimos la x por 2.

$$P(2) = 2 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - 5$$

Calculamos las potencias y los productos, y después sumamos.

$$P(2) = 16 + 16 - 6 - 5 = 21$$

El resto es 21: la división no es exacta y $x = 2$ no es raíz de $P(x)$.

Solución: **R = 21**



Factorización de polinomios · Soluciones

① $P(x) = 2x^3 - 10x^2 + 14x - 6$

Sacamos factor común 2 (el máximo común divisor de los coeficientes).

$$P(x) = 2(x^3 - 5x^2 + 7x - 3)$$

Las posibles raíces enteras de $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ son los divisores del término independiente, 3: $\pm 1, \pm 3$.

$x = 1$ es raíz porque el resto da 0. Dividimos por Ruffini entre $x - 1$:

	1	-5	7	-3	
1		1	-4	3	
	1	-4	3	0	

Escribimos el factor y seguimos con el cociente (la misma raíz puede repetirse).

$$P(x) = 2(x - 1)(x^2 - 4x + 3)$$

Para el factor de segundo grado buscamos sus raíces con la fórmula de la ecuación de segundo grado.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Calculamos el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$$

Δ es positivo: hay dos raíces.

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

Separamos el signo + y el signo -.

$$x_1 = 3; \quad x_2 = 1$$

Factorización:

$$P(x) = 2(x - 1)^2(x - 3)$$

Raíces: $x = 1$ (doble); $x = 3$.

Solución: $P(x) = 2(x - 1)^2(x - 3)$

② $P(x) = x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 45x - 36$

Las posibles raíces enteras de $x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 45x - 36$ son los divisores del término independiente, 36: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 9, \pm 12, \pm 18, \pm 36$.

Probamos con el teorema del resto (sustituimos en el polinomio que queda): con $x = 1$ el resto es -80. No es raíz.

$x = -1$ es raíz porque el resto da 0. Dividimos por Ruffini entre $x + 1$:

	1	5	-5	-45	-36	
-1		-1	-4	9	36	
	1	4	-9	-36	0	



Factorización de polinomios · Soluciones

Escribimos el factor y seguimos con el cociente (la misma raíz puede repetirse).

$$P(x) = (x + 1)(x^3 + 4x^2 - 9x - 36)$$

Probamos con el teorema del resto (sustituimos en el polinomio que queda): con $x = -1$ el resto es -24 ; con $x = 2$ el resto es -30 ; con $x = -2$ el resto es -10 . No son raíces.

$x = 3$ es raíz porque el resto da 0. Dividimos por Ruffini entre $x - 3$:

	1	4	-9	-36
3		3	21	36
	1	7	12	0

Escribimos el factor y seguimos con el cociente (la misma raíz puede repetirse).

$$P(x) = (x + 1)(x - 3)(x^2 + 7x + 12)$$

Para el factor de segundo grado buscamos sus raíces con la fórmula de la ecuación de segundo grado.

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

Calculamos el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 1$$

Δ es positivo: hay dos raíces.

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 1}{2}$$

Separamos el signo $+$ y el signo $-$.

$$x_1 = -3; \quad x_2 = -4$$

Factorización:

$$P(x) = (x + 1)(x - 3)(x + 3)(x + 4)$$

Raíces: $x = -1$; $x = 3$; $x = -3$; $x = -4$.

Solución: $P(x) = (x + 1)(x - 3)(x + 3)(x + 4)$

3 $P(x) = x^4 - 6x^3 - 7x^2 + 96x - 144$

Las posibles raíces enteras de $x^4 - 6x^3 - 7x^2 + 96x - 144$ son los divisores del término independiente, 144: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 9, \pm 12, \pm 16, \pm 18, \pm 24, \pm 36, \pm 48, \pm 72, \pm 144$.

Probamos con el teorema del resto (sustituimos en el polinomio que queda): con $x = 1$ el resto es -60 ; con $x = -1$ el resto es -240 ; con $x = 2$ el resto es -12 ; con $x = -2$ el resto es -300 . No son raíces.

$x = 3$ es raíz porque el resto da 0. Dividimos por Ruffini entre $x - 3$:

	1	-6	-7	96	-144
3		3	-9	-48	144
	1	-3	-16	48	0



Factorización de polinomios · Soluciones

Escribimos el factor y seguimos con el cociente (la misma raíz puede repetirse).

$$P(x) = (x - 3)(x^3 - 3x^2 - 16x + 48)$$

$x = 3$ es raíz porque el resto da 0. Dividimos por Ruffini entre $x - 3$:

	1	-3	-16	48	
3		3	0	-48	
	1	0	-16	0	

Escribimos el factor y seguimos con el cociente (la misma raíz puede repetirse).

$$P(x) = (x - 3)(x - 3)(x^2 - 16)$$

El factor de segundo grado no tiene término en x : buscamos sus raíces despejando x^2 .

$$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16$$

Hacemos la raíz cuadrada con los dos signos.

$$x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

Separamos el signo $+$ y el signo $-$.

$$x_1 = 4; \quad x_2 = -4$$

Factorización:

$$P(x) = (x - 3)^2(x - 4)(x + 4)$$

Raíces: $x = 3$ (doble); $x = 4$; $x = -4$.

Solución: $P(x) = (x - 3)^2(x - 4)(x + 4)$

4 $P(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 10x + 8$

Las posibles raíces enteras de $x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 10x + 8$ son los divisores del término independiente, 8: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$.

$x = 1$ es raíz porque el resto da 0. Dividimos por Ruffini entre $x - 1$:

	1	4	-3	-10	8	
1		1	5	2	-8	
	1	5	2	-8	0	

Escribimos el factor y seguimos con el cociente (la misma raíz puede repetirse).

$$P(x) = (x - 1)(x^3 + 5x^2 + 2x - 8)$$

$x = 1$ es raíz porque el resto da 0. Dividimos por Ruffini entre $x - 1$:

	1	5	2	-8	
1		1	6	8	
	1	6	8	0	



Factorización de polinomios · Soluciones

Escribimos el factor y seguimos con el cociente (la misma raíz puede repetirse).

$$P(x) = (x - 1)(x - 1)(x^2 + 6x + 8)$$

Para el factor de segundo grado buscamos sus raíces con la fórmula de la ecuación de segundo grado.

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

Calculamos el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$$

Δ es positivo: hay dos raíces.

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm 2}{2}$$

Separamos el signo + y el signo -.

$$x_1 = -2; \quad x_2 = -4$$

Factorización:

$$P(x) = (x - 1)^2 (x + 2)(x + 4)$$

Raíces: $x = 1$ (doble); $x = -2$; $x = -4$.

Solución: $P(x) = (x - 1)^2 (x + 2)(x + 4)$



Ecuaciones de segundo grado • Soluciones

① $3x^2 + 5 = x^2 + 7$

Todo al primer miembro:

$$3x^2 + 5 - x^2 - 7 = 0$$

Reducimos y ordenamos:

$$2x^2 - 2 = 0$$

Entre 2:

$$x^2 - 1 = 0$$

Incompleta: despejamos x^2 .

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

Solución: $x_1 = 1$; $x_2 = -1$

② $(x + 3)(x - 3) = 7$

Identidades notables:

$$x^2 - 9 = 7$$

Todo al primer miembro:

$$x^2 - 9 - 7 = 0$$

Reducimos y ordenamos:

$$x^2 - 16 = 0$$

Incompleta: despejamos x^2 .

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

Solución: $x_1 = 4$; $x_2 = -4$

③ $x(x - 1) = -4x$

Quitamos los paréntesis:

$$x^2 - x = -4x$$

Todo al primer miembro:

$$x^2 - x + 4x = 0$$

Reducimos y ordenamos:

$$x^2 + 3x = 0$$

Incompleta: factor común x .

$$x(x + 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ o } x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

Solución: $x_1 = 0$; $x_2 = -3$

④ $x(x - 7) = -12$

Quitamos los paréntesis:

$$x^2 - 7x = -12$$

Todo al primer miembro:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$a = 1, b = -7, c = 12.$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Solución: $x_1 = 4$; $x_2 = 3$

⑤ $(2x - 5)(x - 4) = -5$

Multiplicamos los paréntesis:

$$2x^2 - 8x - 5x + 20 = -5$$

Todo al primer miembro:

$$2x^2 - 8x - 5x + 20 + 5 = 0$$

Reducimos y ordenamos:

$$2x^2 - 13x + 25 = 0$$

$$a = 2, b = -13, c = 25.$$

$$\Delta = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 25 = 169 - 200 = -31$$

$\Delta < 0$: no tiene solución real.

Solución: No tiene solución real

⑥ $(x - 5)^2 = -13x + 43$

Identidades notables:

$$x^2 - 10x + 25 = -13x + 43$$

Todo al primer miembro:

$$x^2 - 10x + 25 + 13x - 43 = 0$$

Reducimos y ordenamos:

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = -18.$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 9 + 72 = 81$$



Ecuaciones de segundo grado · Soluciones

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 9}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-3 - 9}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

Solución: $x_1 = 3$; $x_2 = -6$

7 $3x(4x - 5) = 0$

Cada factor igual a 0:

$$x = 0$$

$$4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

Solución: $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{5}{4}$

8 $(3x - 1)^2 = 0$

La base vale 0:

$$(3x - 1)^2 = 0 \Rightarrow 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ (doble)}$$

Solución: $x = \frac{1}{3}$ (doble)



Ecuaciones bicuadradas · Soluciones

① $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

Cambio $x^2 = t$:

$$t^2 - 29t + 100 = 0$$

$$a = 1, b = -29, c = 100.$$

$$\Delta = (-29)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100 = 841 - 400 = 441$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$t = \frac{29 \pm \sqrt{441}}{2 \cdot 1} = \frac{29 \pm 21}{2}$$

$$t_1 = \frac{29 + 21}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$t_2 = \frac{29 - 21}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Deshacemos el cambio:

$$t = 25 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

Solución: $x_1 = -5$; $x_2 = -2$; $x_3 = 2$; $x_4 = 5$

② $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

Cambio $x^2 = t$:

$$t^2 - 8t - 9 = 0$$

$$a = 1, b = -8, c = -9.$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9) = 64 + 36 = 100$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 10}{2}$$

$$t_1 = \frac{8 + 10}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$t_2 = \frac{8 - 10}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Deshacemos el cambio:

$$t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$t = -1$: $x^2 = -1$ no tiene solución real, porque el cuadrado de un número real no puede ser negativo.

Solución: $x_1 = -3$; $x_2 = 3$

③ $x^4 + x^2 - 20 = 0$

Cambio $x^2 = t$:

$$t^2 + t - 20 = 0$$

$$a = 1, b = 1, c = -20.$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

$$t_1 = \frac{-1 + 9}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$t_2 = \frac{-1 - 9}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Deshacemos el cambio:

$$t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$t = -5$: $x^2 = -5$ no tiene solución real, porque el cuadrado de un número real no puede ser negativo.

Solución: $x_1 = -2$; $x_2 = 2$

④ $x^4 - 41x^2 + 400 = 0$

Cambio $x^2 = t$:

$$t^2 - 41t + 400 = 0$$

$$a = 1, b = -41, c = 400.$$

$$\Delta = (-41)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 400 = 1681 - 1600 = 81$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$t = \frac{41 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{41 \pm 9}{2}$$

$$t_1 = \frac{41 + 9}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$t_2 = \frac{41 - 9}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

Deshacemos el cambio:

$$t = 25 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$t = 16 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

Solución: $x_1 = -5$; $x_2 = -4$; $x_3 = 4$; $x_4 = 5$



Inecuaciones de primer grado · Soluciones

① $-3 + 5x > 6x$

Transponemos:

$$5x - 6x > 3$$

Reducimos:

$$-x > 3$$

Por -1 (cambia el sentido):

$$x < -3$$

En la recta:

$$x < -3 \Leftrightarrow (-\infty, -3)$$



Solución: $x < -3$; $(-\infty, -3)$

② $-6 - 3x < 2x + 29$

Transponemos:

$$-3x - 2x < 29 + 6$$

Reducimos:

$$-5x < 35$$

Entre -5 (cambia el sentido):

$$x > \frac{35}{-5} = -7$$

En la recta:

$$x > -7 \Leftrightarrow (-7, +\infty)$$



Solución: $x > -7$; $(-7, +\infty)$

③ $7 - x \leq 6x - 7$

Transponemos:

$$-x - 6x \leq -7 - 7$$

Reducimos:

$$-7x \leq -14$$

Entre -7 (cambia el sentido):

$$x \geq \frac{-14}{-7} = 2$$

En la recta:

$$x \geq 2 \Leftrightarrow [2, +\infty)$$



Solución: $x \geq 2$; $[2, +\infty)$

④ $-11 - 2x > 2x - 27$

Transponemos:

$$-2x - 2x > -27 + 11$$

Reducimos:

$$-4x > -16$$

Entre -4 (cambia el sentido):

$$x < \frac{-16}{-4} = 4$$

En la recta:

$$x < 4 \Leftrightarrow (-\infty, 4)$$



Solución: $x < 4$; $(-\infty, 4)$

⑤ $4 - 5x \leq x + 10$

Transponemos:

$$-5x - x \leq 10 - 4$$

Reducimos:

$$-6x \leq 6$$

Entre -6 (cambia el sentido):

$$x \geq \frac{6}{-6} = -1$$

En la recta:

$$x \geq -1 \Leftrightarrow [-1, +\infty)$$



Solución: $x \geq -1$; $[-1, +\infty)$

⑥ $-7 - 2x > 3x - 17$

Transponemos:

$$-2x - 3x > -17 + 7$$

Reducimos:

$$-5x > -10$$



Inecuaciones de primer grado · Soluciones

Entre -5 (cambia el sentido):

$$x < \frac{-10}{-5} = 2$$

En la recta:

$$x < 2 \Leftrightarrow (-\infty, 2)$$



Solución: $x < 2$; $(-\infty, 2)$

7 $11 + 4x \geq 5x + 5$

Transponemos:

$$4x - 5x \geq 5 - 11$$

Reducimos:

$$-x \geq -6$$

Por -1 (cambia el sentido):

$$x \leq 6$$

En la recta:

$$x \leq 6 \Leftrightarrow (-\infty, 6]$$



Solución: $x \leq 6$; $(-\infty, 6]$

8 $-6 + 3x > 4x - 13$

Transponemos:

$$3x - 4x > -13 + 6$$

Reducimos:

$$-x > -7$$

Por -1 (cambia el sentido):

$$x < 7$$

En la recta:

$$x < 7 \Leftrightarrow (-\infty, 7)$$



Solución: $x < 7$; $(-\infty, 7)$



Inecuaciones de segundo grado · Soluciones

① $x^2 + 5x + 6 > 0$

Raíces de $x^2 + 5x + 6 = 0$:

$$a = 1, b = 5, c = 6.$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-5 - 1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Signo en cada intervalo:

$$(-\infty, -3): x = -4 \Rightarrow P(-4) = 2 > 0$$

$$(-3, -2): x = -\frac{5}{2} \Rightarrow P(-\frac{5}{2}) = -\frac{1}{4} < 0$$

$$(-2, +\infty): x = 0 \Rightarrow P(0) = 6 > 0$$

Solución:

$$x < -3 \text{ o } x > -2 \Leftrightarrow (-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$$



Solución: $x < -3 \text{ o } x > -2$

$$(-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$$

② $x^2 + x - 6 \geq 0$

Raíces de $x^2 + x - 6 = 0$:

$$a = 1, b = 1, c = -6.$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Signo en cada intervalo:

$$(-\infty, -3): x = -4 \Rightarrow P(-4) = 6 > 0$$

$$(-3, 2): x = 0 \Rightarrow P(0) = -6 < 0$$

$$(2, +\infty): x = 3 \Rightarrow P(3) = 6 > 0$$

Solución:

$$x \leq -3 \text{ o } x \geq 2 \Leftrightarrow (-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$$



Solución: $x \leq -3 \text{ o } x \geq 2; (-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$

③ $x^2 - 7x + 6 \leq 0$

Raíces de $x^2 - 7x + 6 = 0$:

$$a = 1, b = -7, c = 6.$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 49 - 24 = 25$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{7 + 5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{7 - 5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Signo en cada intervalo:

$$(-\infty, 1): x = 0 \Rightarrow P(0) = 6 > 0$$

$$(1, 6): x = 2 \Rightarrow P(2) = -4 < 0$$

$$(6, +\infty): x = 7 \Rightarrow P(7) = 6 > 0$$

Solución:

$$1 \leq x \leq 6 \Leftrightarrow [1, 6]$$



Solución: $1 \leq x \leq 6; [1, 6]$

④ $x^2 - 5x + 4 > 0$

Raíces de $x^2 - 5x + 4 = 0$:

$$a = 1, b = -5, c = 4.$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{5 + 3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{5 - 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



Inecuaciones de segundo grado · Soluciones

Signo en cada intervalo:

$$(-\infty, 1): x = 0 \Rightarrow P(0) = 4 > 0$$

$$(1, 4): x = 2 \Rightarrow P(2) = -2 < 0$$

$$(4, +\infty): x = 5 \Rightarrow P(5) = 4 > 0$$

Solución:

$$x < 1 \text{ o } x > 4 \Leftrightarrow (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$$



Solución: $x < 1 \text{ o } x > 4$; $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

Signo en cada intervalo:

$$(-\infty, 0): x = -1 \Rightarrow P(-1) = 7 > 0$$

$$(0, 6): x = 1 \Rightarrow P(1) = -5 < 0$$

$$(6, +\infty): x = 7 \Rightarrow P(7) = 7 > 0$$

Solución:

$$x \leq 0 \text{ o } x \geq 6 \Leftrightarrow (-\infty, 0] \cup [6, +\infty)$$



Solución: $x \leq 0 \text{ o } x \geq 6$; $(-\infty, 0] \cup [6, +\infty)$

5 $x^2 - 8x + 15 < 0$

Raíces de $x^2 - 8x + 15 = 0$:

$$a = 1, b = -8, c = 15.$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 64 - 60 = 4$$

$\Delta > 0$: dos soluciones.

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{8-2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Signo en cada intervalo:

$$(-\infty, 3): x = 0 \Rightarrow P(0) = 15 > 0$$

$$(3, 5): x = 4 \Rightarrow P(4) = -1 < 0$$

$$(5, +\infty): x = 6 \Rightarrow P(6) = 3 > 0$$

Solución:

$$3 < x < 5 \Leftrightarrow (3, 5)$$



Solución: $3 < x < 5$; $(3, 5)$

6 $x^2 - 6x \geq 0$

Raíces de $x^2 - 6x = 0$:

Incompleta: factor común x .

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \text{ o } x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$$



Sistemas: resolver y clasificar • Soluciones

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x + 4y = 30 \\ 7x + 2y = 33 \end{cases}$$

Primera ecuación:

Simplificamos entre 2:

$$x + 2y = 15$$

El sistema queda así:

$$\begin{cases} x + 2y = 15 \\ 7x + 2y = 33 \end{cases}$$

Multiplicamos la segunda por -1:

$$\begin{cases} x + 2y = 15 \\ -7x - 2y = -33 \end{cases}$$

Sumamos:

$$-6x = -18$$

Despejamos x:

$$x = \frac{-18}{-6} = 3$$

En la primera, con $x = 3$:

$$3 + 2y = 15$$

Transponemos:

$$2y = 15 - 3$$

Reducimos:

$$2y = 12$$

Despejamos y:

$$y = \frac{12}{2} = 6$$

Solución: Compatible determinado: $x = 3$

$$y = 6$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 4x + 4y = -8 \\ 8x + 8y = -16 \end{cases}$$

Primera ecuación:

Simplificamos entre 4:

$$x + y = -2$$

Segunda ecuación:

Simplificamos entre 8:

$$x + y = -2$$

El sistema queda así:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

Multiplicamos la segunda por -1:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ -x - y = 2 \end{cases}$$

Sumamos:

$$0 = 0$$

Queda $0 = 0$: el sistema es compatible indeterminado.

Infinitas soluciones:

$$x = -2 - y, \text{ con } y \text{ cualquier número}$$

Solución: Compatible indeterminado. Infinitas soluciones: x

$$= -2 - y, \text{ con } y \text{ cualquier número}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} -4x + 5y = 41 \\ 8x - 10y = -77 \end{cases}$$

Multiplicamos la primera por 2:

$$\begin{cases} -8x + 10y = 82 \\ 8x - 10y = -77 \end{cases}$$

Sumamos:

$$0 = 5$$

Queda $0 = 5$, falso: el sistema es incompatible.

Solución: Incompatible. No tiene solución

$$\textcircled{4} \begin{cases} -6x - 5y = 12 \\ 6x + 2y = 6 \end{cases}$$

Segunda ecuación:

Simplificamos entre 2:

$$3x + y = 3$$

El sistema queda así:

$$\begin{cases} -6x - 5y = 12 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

Multiplicamos la segunda por 2:

$$\begin{cases} -6x - 5y = 12 \\ 6x + 2y = 6 \end{cases}$$

Sumamos:

$$-3y = 18$$



Sistemas: resolver y clasificar · Soluciones

Despejamos y:

$$y = \frac{18}{-3} = -6$$

En la primera, con $y = -6$:

$$-6x - 5 \cdot (-6) = 12$$

Transponemos:

$$-6x = 12 - 30$$

Reducimos:

$$-6x = -18$$

Despejamos x:

$$x = \frac{-18}{-6} = 3$$

Solución: Compatible determinado: $x = 3$

$$y = -6$$



Desviación típica con intervalos · Soluciones

Avanzado: datos agrupados en intervalos · Datos inventados para practicar.

- 1 **Calcula la media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación de los datos agrupados (usa las marcas de clase).**

Estatura, en centímetros, de 25 estudiantes de secundaria.

Intervalo	ci	fi
[145, 150)	147,5	4
[150, 155)	152,5	5
[155, 160)	157,5	8
[160, 165)	162,5	5
[165, 170)	167,5	3

Rango (recorrido) = límite superior de la última clase - límite inferior de la primera = $170 - 145 = 25$.

Media: $\bar{x} = 3927,5/25 = 157,1$ ($\sum ci \cdot fi$ entre n).

Suma de los cuadrados por su frecuencia: $\sum ci^2 \cdot fi = 147,5^2 \cdot 4 + 152,5^2 \cdot 5 + 157,5^2 \cdot 8 + 162,5^2 \cdot 5 + 167,5^2 \cdot 3 = 617\,956,25$.

Varianza: $\sigma^2 = \sum ci^2 \cdot fi / n - \bar{x}^2 = 617\,956,25/25 - 157,1^2 = 24\,718,25 - 24\,680,41 = 37,84$.

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{37,84} \approx 6,15$.

Si los datos son una muestra, se divide entre $n - 1$: $s^2 = \sigma^2 \cdot n/(n - 1) = 37,84 \cdot 25/24 = 473/12 \approx 39,4167$; $s = \sqrt{473/12} \approx 6,28$ (desviación típica muestral).

Coeficiente de variación: $CV = \sigma/|\bar{x}| = 6,1514/157,1 \approx 0,0392$, es decir, un 3,92 %.

Solución: $\bar{x} = 157,1$; $\sigma^2 = 37,84$; $\sigma \approx 6,15$; $CV \approx 3,92$ %



Desviación típica con intervalos · Soluciones

Avanzado: datos agrupados en intervalos · Datos inventados para practicar.

2 Calcula la media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación de los datos agrupados (usa las marcas de clase).

Peso, en kilogramos, de 25 mochilas pesadas a la entrada.

Intervalo	ci	fi
[2, 3)	2,5	3
[3, 4)	3,5	3
[4, 5)	4,5	5
[5, 6)	5,5	8
[6, 7)	6,5	6

Rango (recorrido) = límite superior de la última clase - límite inferior de la primera = $7 - 2 = 5$.

Media: $\bar{x} = 123,5/25 = 4,94$ ($\sum ci \cdot fi$ entre n).

Suma de los cuadrados por su frecuencia: $\sum ci^2 \cdot fi = 2,5^2 \cdot 3 + 3,5^2 \cdot 3 + 4,5^2 \cdot 5 + 5,5^2 \cdot 8 + 6,5^2 \cdot 6 = 652,25$.

Varianza: $\sigma^2 = \sum ci^2 \cdot fi / n - \bar{x}^2 = 652,25/25 - 4,94^2 = 26,09 - 24,4036 = 1,6864$.

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,6864} \approx 1,30$.

Si los datos son una muestra, se divide entre $n - 1$: $s^2 = \sigma^2 \cdot n/(n - 1) = 1,6864 \cdot 25/24 = 527/300 \approx 1,7567$; $s = \sqrt{527/300} \approx 1,33$ (desviación típica muestral).

Coeficiente de variación: $CV = \sigma/|\bar{x}| = 1,2986/4,94 \approx 0,2629$, es decir, un 26,29 %.

Solución: $\bar{x} = 4,94$; $\sigma^2 = 1,6864$; $\sigma \approx 1,30$; $CV \approx 26,29 \%$

